

Oppgaver

Jeg har løst:

- O1 O2 O3 O4 O5
 O6 O7 O8 O9 O10

Kommentarer:

Teori

Jeg har løst: T1 T2 T3

Kommentarer:

Problemløsning

Jeg har løst:

- P1 P2 P3 P4 P5
 P6 P7 P8 P9 P10

Kommentarer:

Utforsking

Jeg har arbeidet med: U1 U2 U3

Kommentarer:

Plass til notater, spørsmål, forklaringer...

Alle oppgaver skal løses uten kalkulator!

Oppgave 1. Regn ut og svar på brøkform: a) $\frac{1}{3} + \frac{19}{5}$ b) $\frac{1}{3} - \frac{2}{5}$ c) $\frac{5}{27} + \frac{11}{126}$

Oppgave 2. Regn ut og svar på brøkform: a) $\frac{2}{9} \cdot \frac{15}{8}$ b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ c) $\frac{5}{27} \cdot 18$ d) $25 \cdot \frac{2}{5}$

Oppgave 3. Regn ut og svar på brøkform: a) $1 : \frac{2}{9}$ b) $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ c) $\frac{5}{27} : \frac{11}{126}$ d) $\frac{2}{3} : 5$

Oppgave 4. Forkort brøkene så langt som mulig: a) $\frac{15}{12}$ b) $\frac{162}{9}$ c) $\frac{9306}{1485}$ d) $\frac{16}{1024}$

Oppgave 5. Regn ut: a) 4^{-1} b) 10^{-3} c) $\frac{12^3}{18^2}$ d) $\frac{3^{-2}}{9^{-4}}$

Oppgave 6. Regn ut potensene: a) $25^{\frac{1}{2}}$ b) $27^{\frac{1}{3}}$ c) $25^{\frac{3}{2}}$ d) $27^{\frac{5}{3}}$

Oppgave 7. Regn ut: a) $(\frac{4}{5})^3$ b) $(\frac{4}{5})^{-1}$ c) $(\frac{16}{25})^{1/2}$ d) $(\frac{16}{25})^{-1/2}$

Oppgave 8. Her er en liste med tre rasjonale tall på brøkform: $\frac{85}{6}, \frac{48}{22}, \frac{32}{13}$.

- Skriv de tre tallene på blandet form.
- Skriv de tre tallene som desimaltall (vis hvilke desimaler som evt. gjentar seg!).
- Skriv de tre tallene på faktorisert form (dvs. faktoreriser teller og nevner, og forkort hvis mulig).

Oppgave 9. Skriv tallene på brøkform:

- $5.\overline{27}$ (dette betyr $5.2727272727\dots$)
- $8.41\overline{6}$ (dette betyr $8.416666666\dots$)
- $3.\overline{142857}$

Oppgave 10. Regn ut:

- $\frac{2-5}{2^2-5^2}$
- $(\frac{8-3}{24})^2 \cdot \frac{32}{25}$
- $5.\overline{7} + 2.\overline{523809}$

Teorioppgave 1. Her er en liste med tall: $100, \frac{5}{3}, 0, -3, \pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, e, \varphi, \gamma$.

- Hvilke av disse tallene er heltall ?
- Hvilke av disse tallene er rasjonale tall ?

Forklaring: Tallet $\pi = 3.1415\dots$ er forholdet mellom omkretsen og diameteren i en sirkel.

Tallet $e = 2.7181\dots$ er "Eulers tall".

Tallet $\varphi = 1.6180\dots$ er "det gyldne snitt".

Tallet $\gamma = 0.5772\dots$ er "Euler-Mascheroni-konstanten".

Teorioppgave 2. a) Er det sant at $\frac{3}{13} < \frac{1}{4}$?

b) Er det sant at $\frac{355}{113} < \frac{22}{7}$?

c) Er det sant at $\frac{1}{2} = 0.5$?

d) Er det sant at mellom to forskjellige rasjonale tall ligger det alltid uendelig mange andre rasjonale tall?

Teorioppgave 3. a) Forklar hva vi mener med et "rasjonalt tall".

b) Forklar hvorfor ethvert rasjonalt tall har en desimalutvikling som etterhvert blir periodisk.

c) Forklar hvorfor ethvert tall med desimalutvikling som etterhvert blir periodisk må være rasjonalt.

Problemene skal løses uten kalkulator!

Problem 1.

Hvilket av tallene er størst?

- A $1/(3 \cdot 2)$ B $1/2^3$ C $1/3^2$ D $1/(3/2)$ E $(1/3)/2$

Problem 2.

La $x = 0,126126\overline{126}$, der streken betyr at sifrene 126 gjentas i det uendelige. I alle svaralternativene nedenfor må p og q være positive heltall. Da gjelder

- A x kan skrives på formen p/q med $q \leq 100$
B x kan skrives på formen p/q med $q \leq 300$, men ikke med $q \leq 100$
C x kan skrives på formen p/q med $q \leq 1000$, men ikke med $q \leq 300$
D x kan skrives på formen p/q , men ikke med $q \leq 1000$
E x kan ikke skrives på formen p/q

Problem 3.

Hvilket av uttrykkene under er ikke likt 0,8?

- A $\frac{4}{5}$ B $\frac{1}{1,25}$ C $\frac{0,016}{0,020}$ D $\frac{8/3}{20/6}$ E $\frac{0,08}{0,64}$

Problem 4.

I en skoleklasse er det 20 elever. Hvis én ny gutt starter i klassen, blir det dobbelt så mange gutter som jenter i klassen. Hva er produktet av antall gutter og antall jenter i klassen?

- A 75 B 84 C 91 D 96 E 100

Problem 5. Bevis at $\sqrt{2}$ ikke er et rasjonalt tall.

Problem 6.

Hva er $3a^b + 8a^{-3b}$ hvis $a^b = 2$?

- A 5 B 7 C 8 D 24 E 70

Problem 7.

La $n = \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11}$. Hvilket tall er størst?

- A $\frac{1}{n}$ B $\frac{1}{n^2}$ C n D n^2 E De er alle like store.

Problem 8. Bevis at hvis a og b er positive heltall, så er $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ alltid større enn eller lik 2!

Problem 9. Finn alle positive heltall a , b og c som oppfyller

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{4}{4}$$

Problem 10. Finn alle positive heltall a , b og c som oppfyller

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{4}{5}$$

Random fun fact: Det er en formodning (men ingen vet om det er sant) at for ethvert heltall $n \geq 2$ så har likningen

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{4}{n}$$

alltid minst én løsning med positive hele tall a , b og c . Dette kalles Erdős-Straus-formodningen.

Utforsking 1. Noen rasjonale tall har en desimalutvikling som gjentar seg i det uendelige, f.eks. $\frac{1}{3} = 0.333333\dots$ eller $\frac{35}{11} = 3.18181818\dots$

Andre rasjonale tall har en desimalutvikling som stopper, f.eks. $\frac{1}{4} = 0.25$ eller $\frac{2581}{500} = 5.162$

Kan du finne en regel for hvilke rasjonale tall som er av type 1 og hvilke som er av type 2?

Utforsking 2. Velg tre forskjellige heltall a, b, c og regn ut uttrykket

$$\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2}$$

Gjenta prosedyren flere ganger. Hva kan du se som er felles for alle tall du regner ut? Er det mulig å forklare dette?

Utforsking 3. a) Skriv ned de sju minste positive multiplene til tallet 142857.

b) Regn ut de 12 første desimalene til tallet $\frac{1}{7}$

c) Regn ut de 12 første desimalene til tallene $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, og så videre.

Beskriv hva slags mønster du finner. Les gjerne litt på Wikipedia om *Cyclic numbers*.

Plass til notater, spørsmål, forklaringer...